Ответы и решения

Первой олимпиады Ришельевского лицея по астрономии

2011–2012 учебный год

9–10 классы

Задача 1. В каком незодиакальном созвездии и когда бывает Солнце?

Ответ: Солнце находится в созвездии Змееносца с 30 ноября по 17 декабря.

Задача 2. На каких географических параллелях звезда Капелла ($\delta = +45°58'$) не заходит за горизонт, никогда не видна и в нижней кульминации проходит в надире?

Решение. Условие незаходящего светила имеет вид

$$\delta \geqslant +(90° - \varphi),$$

откуда $\varphi \geqslant +44°02'$. Таким образом, Капелла остаётся незаходящей на географической параллели $\varphi = +44°02'$ и севернее её, вплоть до северного полюса Земли ($\varphi = +90°$).

Из условия симметрии небесной сферы находим, что в Южном полушарии Земли Капелла не восходит в местностях с географической широтой от $\varphi = -44°02'$ до южного географического полюса Земли ($\varphi = -90°$).

В нижней кульминации зенитное расстояние $z_{\text{н}}$ светила равно

$$z_{\text{н}} = 180° - \delta - \varphi.$$

Поэтому нижняя кульминация Капеллы в надире, т. е. при $z_{\text{н}} = 180°$, происходит в южном полушарии Земли на географической параллели с широтой $\varphi = -\delta = -45°58'$.

Задача 3. Если бы Солнце исчезло, то что произошло бы с Солнечной системой?

Решение. Очевидно, место гравитационного центра занял бы Юпитер, а скорости планет остались бы прежними. Значит нужно решить, сможет ли Юпитер удержать планеты. Предположим самые благоприятные обстоятельства: в момент исчезновения Солнца все планеты находились по одну сторону от него, вдоль одного гелиоцентрического направления. Тогда их скорости относительно Юпитера составят $\Delta V = |V_{\text{п}} - V_{\text{ю}}|$, где $V_{\text{п}}$ — современная орбитальная скорость какой-либо планеты, а $V_{\text{ю}}$ — скорость Юпитера. Расстояния планет от Юпитера в этот момент будут $\Delta R = |R_{\text{п}} - R_{\text{ю}}|$, где $R_{\text{п}}$ — современный радиус орбиты планеты, а $R_{\text{ю}}$ — радиус орбиты Юпитера. Условием сохранения планеты на орбите будет неравенство

$$\Delta V < V_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2GM_{\text{ю}}}{\Delta R}},$$

где $M_ю = 10^{-3}V_\odot$ — масса Юпитера (т. е. относительная скорость планеты не должна превышать вторую космическую скорость в поле тяготения Юпитера). После элементарных преобразований это условие запишется так:

$$\Delta V < \frac{1,3\ \text{км/с}}{\Delta R\ \text{а.е.}}.$$

Ни для одной из планет это неравенство не выполняется: если бы для какой-либо планеты было $\Delta V < V_{\text{II}}$, то влияние Юпитера на неё было бы так велико, что планета не могла бы устойчиво двигаться по своей орбите вокруг Солнца. Итак, при внезапном исчезновении Солнца наша планетная система должна разрушиться.

Задача 4. Сколько раз переворачивается в трёхмерном пространстве картинка небесного объекта при визуальных наблюдениях в телескоп–рефрактор с окуляром Гюйгенса? *Примечание: окуляр Гюйгенса состоит из двух плоско–выпуклых линз, расположенных плоскими частями к глазу наблюдателя и разделённых некоторым промежутком; фокальная плоскость расположена между двумя линзами.*

Решение. Схема построения изображения объекта показана на Рис. 1. Окуляр Гюйгенса состоит из двух положительных линз, первая из которых находится перед фокальной плоскостью объектива и служит для уменьшения геометрического размера поля зрения и, как следствие, уменьшения искажений на его краю. В фокусе, находящемся между линзами окуляра, строится перевёрнутое изображение небесного объекта **A**. Из окуляра лучи света попадают в глаз наблюдателя, который собирает их на сетчатке, строя второе изображение объекта **B**. Оно будет перевёрнутым по отношению к изображению **A**, то есть во всей оптической схеме изображение перевернётся дважды и станет прямым.

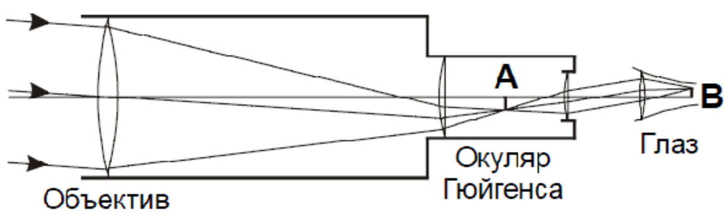

Рис. 1: Схема построения изображения объекта с помощью телескопа–рефрактора с объективом Гюйгенса.

Задача 5. Самолёт летит на высоте 10 км вдоль земного экватора с запада на восток со скоростью 800 км/ч. Искусственный спутник Земли обращается вокруг нашей планеты по круговой орбите так, что всё время находится над самолётом. Найти расстояние между спутником и самолётом.

Решение. Самолёт движется со скоростью $v = 800$ км/ч относительно точки на экваторе Земли, которая сама движется в ту же сторону за счёт осевого вращения Земли. Скорость этого движения определяется формулой

$$v_0 = \frac{2\pi R}{T_0} \approx 1673,98 \text{ км/ч},$$

где $R = 6378,14$ км — экваториальный радиус Земли, $T_0 \approx 23,94$ ч — продолжительность звёздных суток. Полная скорость самолёта составляет $v + v_0$. Двигаясь с такой скоростью, самолёт сделает полный оборот вокруг Земли за время

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v+v_0} = \frac{2\pi(6378,14+10)}{800+1673,98} \approx 16,22 \text{ ч}.$$

Здесь h — высота самолёта над поверхностью Земли. Чтобы постоянно находиться над самолётом, искусственный спутник должен обращаться вокруг Земли в том же направлении и с тем же периодом T.

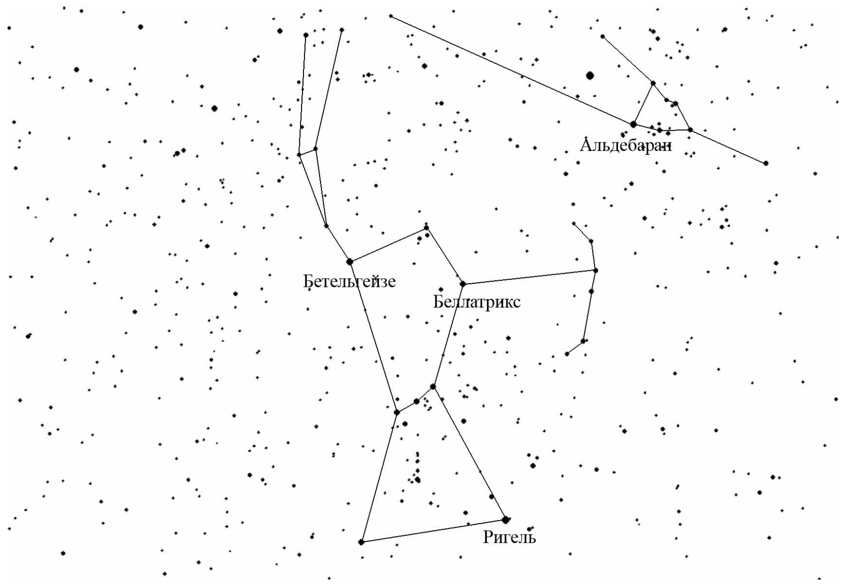

Рис. 2: Созвездие Ориона и фрагмент созвездия Тельца.

Радиус орбиты спутника можно вычислить из III обобщённого закона Кеплера: при круговом движении тела с массой m, с периодом T и радиусом орбиты r вокруг тела с массой M справедливо соотношение

$$\frac{r^3}{T^2(M+m)} = \frac{G}{4\pi^2},$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н$\cdot$м$^2\cdot$кг$^{-2}$ — гравитационная постоянная. Поскольку масса спутника много меньше массы Земли ($m \ll M$), для радиуса орбиты r получим

$$r = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \cdot 16,22^2}{4\pi^2}\right)^{1/3} \approx 138\,444 \text{ км}.$$

Таким образом, расстояние d между самолётом и спутником равно

$$d = r - h - R = 132\,056 \text{ км}.$$

Задача 6. На Рис. 2 приведен фрагмент звёздной карты. Какое созвездие (созвездия) на нём изображено? Что вы о нём (о них) знаете? Перечислите под рисунком, нарисуйте и подпишите на карте известные вам астрономические объекты, расположенные в указанной области. Соедините основные звёзды, чтобы получить фигуру созвездия. Нарисуйте примерные границы созвездий.

Ответ: на рисунке приведено созвездие Ориона; также можно различить в правом верхнем углу фрагмент созвездия Тельца (дополнительные баллы можно получить за указание Большой Туманности Ориона, а также Пояса и Меча Ориона).