Ответы и решения
Второй олимпиады Ришельевского лицея по астрономии
2012–2013 учебный год

9–10 классы

Задача 1. Предполагают, что Луна, как и Земля, имела когда-то атмосферу. Чем объяснить, что Луна потеряла атмосферу, а Земля — нет?

Ответ: притяжение Луны в 6 раз меньше земного, поэтому атомы и молекулы газов, составляющих атмосферу, смогли за долгие годы эволюции покинуть Луну, но не могут вырваться с Земли. Строгое рассмотрение этого вопроса показывает, что и Земля тоже постепенно теряет атмосферу; однако это очень медленный процесс. Оказывается, что время, в течение которого масса атмосферы Земли убывает в e раз (т. н. время рассеяния атмосферы), очень велико (см., напр., Сивухин Д. В. *Общий курс физики*: В 5 т. Т. II. *Термодинамика и молекулярная физика*).

Задача 2. Ракета вертикально удаляется от Земли с постоянным ускорением $g = 9,8$ м/с^2. Как меняется вес тела в ракете по мере удаления её от Земли?

Решение. Тело (будем считать его массу равной m) движется вместе с ракетой вверх с ускорением g. Поэтому, согласно II закону Ньютона, сумма F всех действующих на него сил равна mg:

$$F = mg.$$

Вес — это сила, с которой тело давит на опору. Согласно III закону Ньютона, с такой же силой и опора давит на тело. Обозначим эту силу F_1. Кроме того, на тело в ракете действует сила F_2 притяжения к Земле. Выбрав положительным направление движения ракеты, получим $F_2 = -mg$. Тогда

$$F = F_1 + F_2 = F_1 - mg = mg,$$

откуда получаем $F_1 = 2mg$. Заметим, что сила притяжения $F_2 = -mg$ только у поверхности Земли. При удалении от неё следует пользоваться более общим законом тяготения Ньютона:

$$F_2 = -G\frac{Mm}{r^2},$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$ — гравитационная постоянная, M и m — соответственно массы Земли и космического тела, r — расстояние между их центрами.

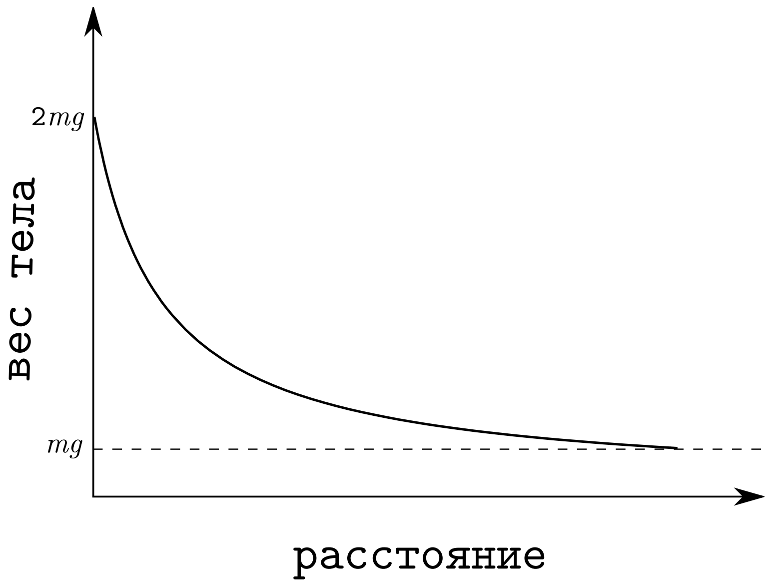

Рис. 1: Качественное поведение веса тела в ракете по мере удаления её от Земли.

Таким образом (см. Рис. 1), у поверхности Земли вес тела равен $2mg$. С удалением от Земли сила притяжения F_2 уменьшается, стремясь к нулю на бесконечности. Поэтому вес тела будет также уменьшаться, стремясь на бесконечности к mg.

Задача 3. Что произойдёт с каплей воды, моментально попавшей в открытый космос?

Решение. Наивная попытка сразу ответить на поставленный вопрос «она замёрзнет» лишает возможности обсудить очень глубокую и разную физику данного явления. Действительно, как мы увидим ниже, превращение капли в лёд — отнюдь не начальный (и не конечный) этап её эволюции в открытом космосе.

Рассмотрим сферическую каплю[1] радиусом r. Внешнее давление на каплю в вакууме равно нулю, поэтому давление P внутри капли определяется только силой поверхностного натяжения, и формула Лапласа даёт

$$P = \frac{2\sigma}{r},$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения. Приравнивая это выражение к давлению насыщенного пара $P_{\text{нас}}$, получим критическое значение радиуса $r_{\text{c}} = 2\sigma/P_{\text{нас}}$. При $r < r_{\text{c}}$ внутреннее давление препятствует кипению, а при $r > r_{\text{c}}$ вода в капле вскипает, и капля разрушается. При $t = 20$ °C коэффициент поверхностного натяжения воды

[1] Сферическая форма капли в данном случае не является приближением, поскольку в невесомости под действием силы поверхностного натяжения жидкость «сворачивается» в шар (шар имеет наименьшую площадь поверхности из всех объёмных фигур). В земных условиях этого не происходит, т. к. на каплю действует также и сила притяжения к Земле.

$\sigma = 0,073$ Н/м, давление насыщенного пара $P_{\text{нас}} = 2,337$ кПа, и для критического радиуса капли имеем $r_c = 62$ мкм. Полученный критический радиус довольно мал, поэтому ясно, что любая крупная капля распадется на целое облачко мелких капель с $r < r_c$. *Примечание: рассмотрение критического радиуса капли учащимся не предполагается и поэтому может быть оценено дополнительными баллами.*

Далее каждая из мелких капелек начнёт испаряться с поверхности. Поскольку у воды теплота парообразования довольно велика (539 кал/г при $t = 100$ °C), то достаточно испарить всего несколько процентов массы капли, чтобы охладить её на несколько десятков градусов. Поэтому капельки быстро превратятся в лёд. Если опыт проводится вдали от Солнца или в тени, то на этом всё и закончится.

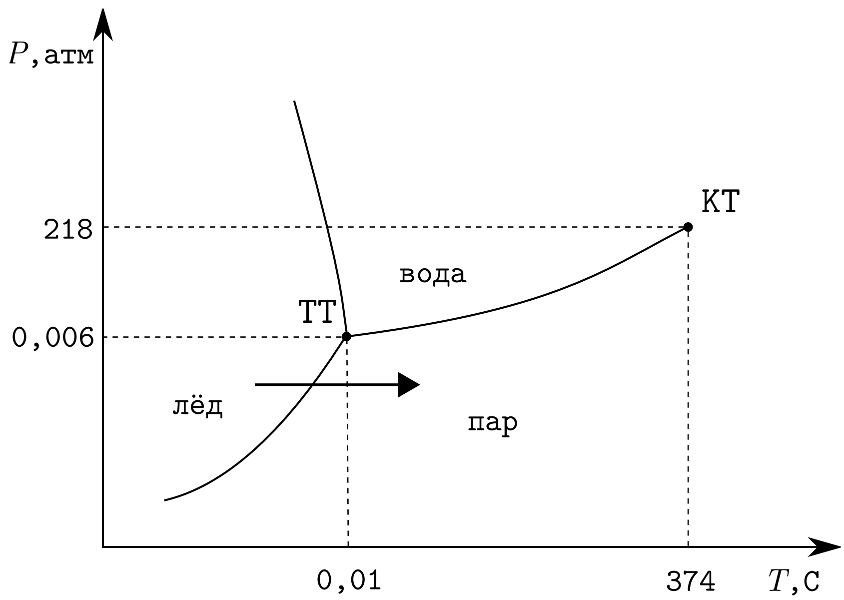

Рис. 2: Фазовая диаграмма воды в координатах (T, P). Здесь ТТ — тройная точка ($T_\circ = 0,01$ °C, $P_\circ = 0,006$ атм), КТ — критическая точка ($T_c = 374$ °C, $P_c = 218$ атм).

Однако, если солнечные лучи согревают градинки, то каждая из них будет вести себя как маленькая комета. Поскольку давление у их поверхности ниже, чем в тройной точке на фазовой диаграмме воды ($T_\circ = 0,01$ °C, $P_\circ = 0,006$ атм), то при нагревании льдинки будут переходить в газовую фазу, минуя жидкую (на Рис. 2 показано стрелкой). Этот процесс называется сублимацией или возгонкой. Заметим, что именно так ведут себя ледяные ядра комет.

Молекулы образованного пара под действием ультрафиолетового излучения Солнца начнут распадаться на атомы (диссоциировать), а затем терять электроны (произойдёт их ионизация), и пар перейдёт в плазму.

Итак, при попадании капли воды в открытый космос произойдёт следующее. Капля воды вскипит и распадётся на облачко мелких капель. Далее, потеряв немного массы вследствие испарения, каждая капелька превратится в градинку. Если образовавшийся рой градинок согревается солнечными лучами, то градинки будут сублимировать в газовую фазу. Далее молекулы образовавшегося пара перейдут в плазму.

Задача 4. Могут ли космонавты с поверхности Луны невооружённым глазом увидеть Чёрное море? Считать, что среднее расстояние от Луны до Земли и средний диаметр Чёрного моря соответственно равны 380 000 км и 1000 км. *Примечание: разрешающая способность глаза не превышает* $1'$.

Решение. Разрешающей способностью глаза называется способность различать объекты определённых угловых размеров. То, что разрешающая способность глаза не превышает $1'$, означает, что мы можем видеть отдельно две звезды (или две буквы в тексте книги), если угловое расстояние между ними $\alpha \geqslant 1'$, а если $\alpha > 1'$, то эти звёзды сливаются в одно светило, поэтому различить их невозможно.

Итак, из прямоугольного треугольника, в котором катетами являются расстояние до Луны $L = 3,8 \cdot 10^5$ км и диаметр Чёрного моря $D = 10^3$ км, определяем угол, под которым с Луны видно Чёрное море:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{D}{L} \approx 9'.$$

Значит, с поверхности Луны увидеть Чёрное море можно, поскольку его угловой размер больше разрешающей способности глаза.

Задача 5. Солнечный ветер состоит из протонов, летящих со скоростью 300 км/с и заполняющих в районе земной орбиты межпланетное пространство в количестве 10 частиц на 1 см^3. С какой силой давит этот «ветер» на Луну? Масса протона $m_\mathrm{p} = 1,6 \cdot 10^{-24}$ г, радиус Луны $R = 1737$ км.

Решение. Запишем II закона Ньютона $F = ma$ в виде

$$F = \frac{\Delta V}{\Delta t} m = \frac{\Delta m V}{\Delta t}.$$

Видим, что сила равна изменению импульса тела за единицу времени (если масса тела постоянна). Будем считать, что протоны солнечного ветра «прилипают» к Луне, передавая ей свой импульс, но не изменяют её массы.

Пусть V — скорость ветра, а n — плотность числа частиц. Тогда за единицу времени на единицу площади сечения лунного диска падает nV частиц, принося импульс $\Delta p =$

$m_{\text{p}}V \cdot nV$. Следовательно, импульс, получаемый за единицу времени всей Луной радиусом $R = 1737$ км, равен

$$F = \Delta p \cdot S = \pi R^2 n m_{\text{p}} V^2 = \pi \left(1,737 \cdot 10^6\right)^2 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-27} \cdot \left(3 \cdot 10^5\right)^2 \approx 1,37 \cdot 10^3 \text{ Н}.$$

Задача 6. Спутник с диаметром 13 км вращается вокруг астероида с диаметром 215 км по почти круговой орбите радиусом 1190 км и совершает полный оборот за 4,7 суток. Можете ли Вы с помощью этих данных определить плотность астероида? Из какого вещества, по Вашему мнению, он может состоять?

Решение. Плотность астероида можно определить, пользуясь стандартным соотношением $\rho = M/V$, где M — масса астероида, V — его объём. Считая астероид шаром радиусом R, имеем $V = 4\pi R^3/3$. Таким образом, для определения плотности астероида необходимо определить его массу M. Для этого рассмотрим систему «астероид–спутник».

На спутник с массой m в поле силы тяжести астероида действует сила

$$F = G\frac{Mm}{r^2},$$

где $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н·м^2·кг$^{-2}$ — гравитационная постоянная, r — расстояние между центрами астероида и спутника (совпадает с радиусом орбиты спутника). С другой стороны, для спутника, вращающегося по круговой орбите радиусом r, II закон Ньютона даёт

$$F = m\frac{4\pi^2}{T^2}r.$$

Здесь мы учли, что центростремительное ускорение $a_{\text{ц}}$ спутника равно

$$a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \frac{1}{r} = \frac{4\pi^2}{T^2}r,$$

где v — скорость движения спутника по круговой орбите радиусом r, T — период обращения спутника.

Приравнивая два записанных выше выражения для силы F, получим

$$\frac{r^3}{T^2 M} = \frac{G}{4\pi^2}.$$

В принципе, это выражение можно было записать сразу (оно автоматически получается из III обобщённого закона Кеплера, если положить $m \ll M$). Выражая из него массу астероида M и подставляя в $\rho = M/V$, получим окончательно

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2}\left(\frac{r}{R}\right)^3 = \frac{3\pi}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot (4,7 \cdot 24 \cdot 3600)^2}\left(\frac{1190}{107,5}\right)^3 \approx 1160 \text{ кг/м}^3.$$

Плотность астероида оказалась ненамного больше плотности воды. Такой астероид может иметь пористое строение либо состоять из водяного льда с небольшой примесью камней.